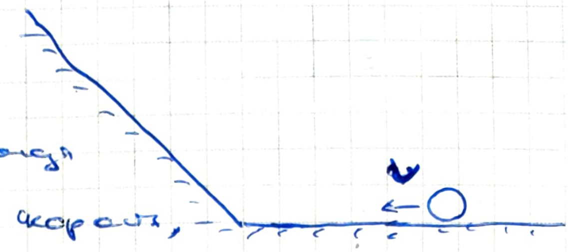
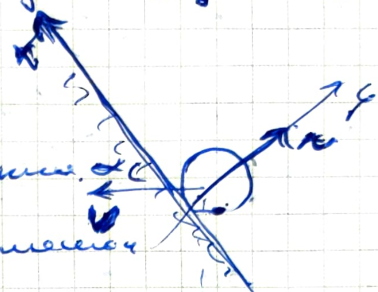
Задача 5.

Обозначим угол $\vartheta = \alpha$.



Это мягкая шайба ⇒ удар будет неупругим. Тогда можно считать, что вся скорость, перпендикулярная плоскости — обнуляется. Также ~~сила реакции опоры~~ надо учесть изменение импульса, вызванное силой трения.



Можем сказать, что поскольку шайба движется, сила трения принимает своё максимальное значение. Тогда:

$\Delta p_y = \sum N_i \cdot dt_i$ (сила реакции может быть разной в зависимости от времени)

$\Delta p_x = -\sum_i \mu N_i \, dt_i = -\mu \cdot \Delta p_y$

Также:

$\Delta p_y = mv \cdot \sin\alpha$

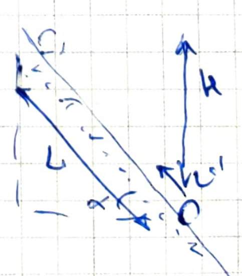
$\Delta p_x = mv' - mv \cdot \cos\alpha$

v' — скорость после соударения

$mv' - mv \cdot \cos\alpha = -\mu \cdot mv \cdot \sin\alpha$

$v' = v \cdot \cos\alpha - \mu v \cdot \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot v(1-\mu)$

Рассмотрим теперь движение по наклонной плоскости.



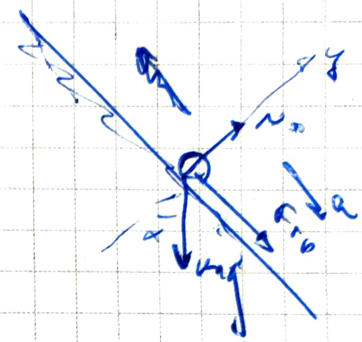
$L = \frac{H}{\sin\alpha}$

Из закона сохр. энергии:

$\frac{mv'^2}{2} = mgH + \underbrace{\mu N_0 \cdot L}_{= A_{тр}}$ N_0 — сила реакции опоры в движении.

$Oy: N_0 - mg\cos\alpha = 0$

$N_0 = mg\cdot\cos\alpha.$



Подставляем:

$$\frac{mv'^2}{2} = mgh + \mu mg\cos\alpha\cdot\frac{h}{\sin\alpha}$$

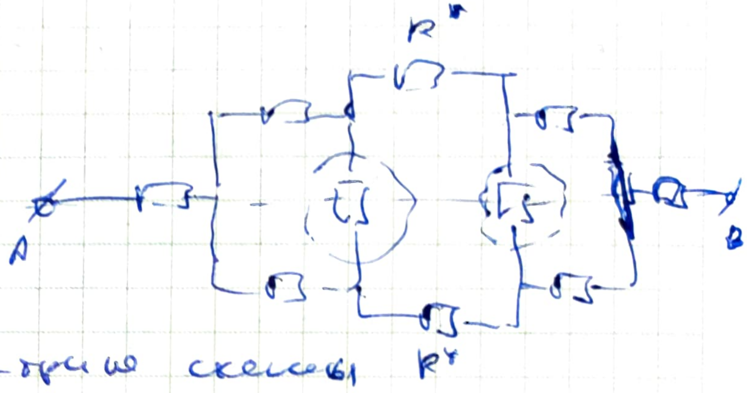
$$\frac{v'^2}{2} = gh + \mu g h\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$h = \frac{v'^2}{2g(1+\mu)} = \frac{\frac{1}{2}v^2(1-\mu)^2}{2g(1+\mu)} = \frac{v^2(1-\mu)^2}{4g(1+\mu)}$$

$$H = \frac{100\,м^2/с^2\cdot(1-0{,}4)^2}{4\cdot 10\,м/с^2\cdot(1+0{,}4)} = \frac{9}{14}\,м \approx 0{,}64\,м.$$

Ответ: $\frac{9}{14}$ м $\approx 0{,}64$ м.

Задача 6.



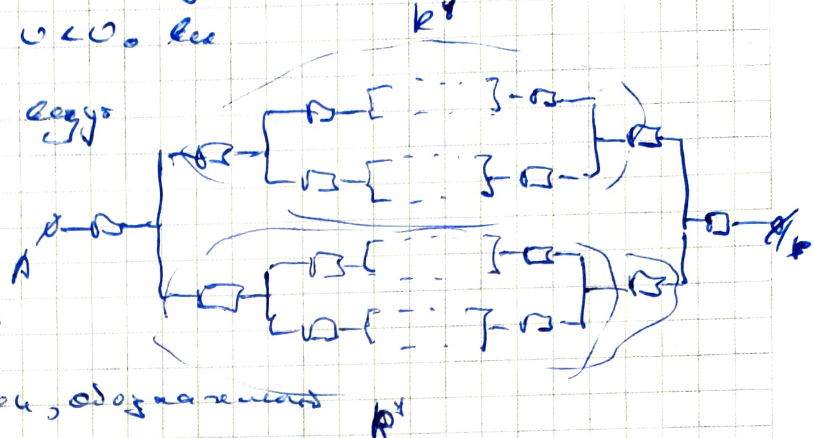
1. Для удобства, заменим некоторые элементы K^* как показано на рисунке.

Можем заметить симметрию схемы K^* относительно оси AB => Токи на симметрично противоположных резисторах текут одинаковые, так как они находятся в равных условиях. Тогда потенциалы на концах „перпендикулярных" резисторов равны (симметрия наблюдается в каждой повторяющейся ячейке) => через них ток не течёт в случае с любым напряжением на схеме.

Тогда нарисуем схему, эквивалентную данной.

При напряжении $U < U_0$ все резисторы однозначно ведут себя линейно.

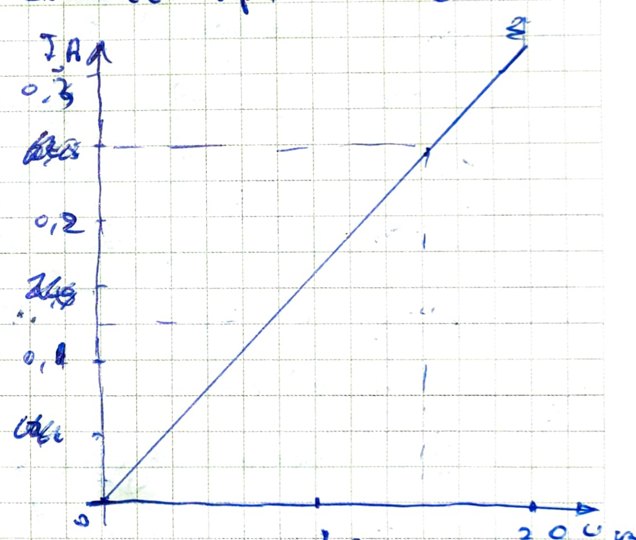
Заметим, что схема подобна себе и если взять кусок, обозначенный R^*, что он идентичен всей схеме.



Тогда: $2R + \frac{R^*}{2} = R^*$

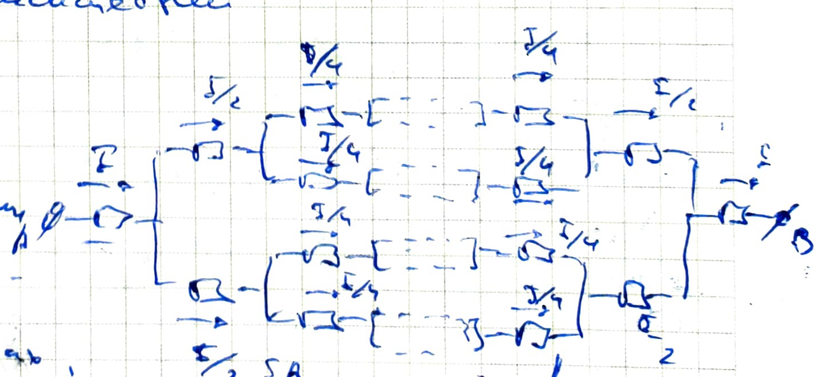
$\frac{R^*}{2} = 2R \rightarrow \underline{R^* = 4R = 6\ Ом}$ — сопротивление всей схемы при $U < U_0$

Тогда ВАХ схемы представлен на рисунке



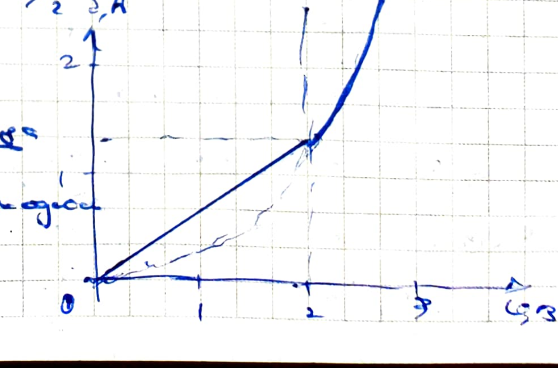
2. Опять же из симметрии расставим токи.

Получаем, что в любой момент времени максимальный ток — в крайних резисторах, далее по убыванию.



Рассмотрим ВАХ резистора.

Тогда критическая точка находится при $I = \frac{4}{3}$ A.



До этого тока резистор ведёт себя линейно.

Поскольку через крайние резисторы течёт ток I, то первое преломление ВАХ будет при токе $I_{пр} = \frac{4}{3}$ А. Далее ток ~~увеличивается~~ уменьшаться в 2 раза по сравнению с предыдущим → преломление ВАХ будет при $I_{пр} = \frac{4}{3}A \cdot 2^n$, где $n \in Z$, $n \in [0; +\infty)$

Поскольку в случае с переломанными ВАХ крайние резисторы включают ВАХ в виде параболы, а остальные при этом по прежнему ведут себя как резисторы, то, поскольку ВАХи складываются по напряжению, вся ВАХ будет складываться по форме параболы.

Рисуем ВАХ:

первый перелом — при $U_1 = I_{пр} \cdot R^* = \frac{4}{3} A \cdot 6$ Ом $= 8$ В

второй перелом — при $U_2 = 2\sqrt{2 I_{пр} U_0 \cdot R} + \frac{4}{3} A \cdot 6$ Ом $= 8 + 4\sqrt{2}$ В

$= 2\sqrt{2 \cdot \frac{4}{3} A \cdot 2В \cdot 1{,}5\,Ом} + \frac{4}{3} A \cdot 6\,Ом \approx$ ~~13,66~~ В

Третий — при $U_3 = 2\sqrt{4 I_{пр} \cdot U_0 \cdot R} + 2\sqrt{2 I_{пр} \cdot U_0 \cdot R} + I_{пр} \cdot R^* =$

$= 16 + 4\sqrt{2}$ В.

Четвертый — при $U_4 = 2\sqrt{8 I_{пр} \cdot U_0 \cdot R} + 2\sqrt{4 I_{пр} \cdot U_0 \cdot R} + 2\sqrt{2 I_{пр} \cdot U_0 \cdot R} +$

$+ I_{пр} \cdot R^* = 16 + 12\sqrt{2}$ В

~~Таким образом, $U_n = 2\sqrt{2^{n-1} I_{пр}}$~~

Таким образом, $U_n = 2\sqrt{I_{пр} \cdot U_0 \cdot R} \cdot \left(2^{\frac{n-1}{2}} + 2^{\frac{n-2}{2}} + \dots 2^{\frac{1}{2}}\right) + I_{пр} \cdot R^*$

где n — номер перелома, $n \geq 1$.

Заметим, что $2^{\frac{1}{2}} + \dots 2^{\frac{n-2}{2}} + 2^{\frac{n-1}{2}}$ — сумма членов геометрической прогрессии, $q = \sqrt{2}$.

$$S_n = \frac{\sqrt{2} \cdot \left((\sqrt{2})^{n-1} - 1\right)}{\cancel{n}\ \sqrt{2} - 1}$$

Таким образом $U_n = 2\sqrt{I_{пр} \cdot U_0 \cdot R} \cdot \frac{\sqrt{2}\left((\sqrt{2})^{n-1} - 1\right)}{\sqrt{2} - 1} + I_{пр} \cdot R^*$

$$U_n = 4В \cdot \frac{\sqrt{2}\left((\sqrt{2})^{n-1}-1\right)}{\sqrt{2}-1} + 8В$$

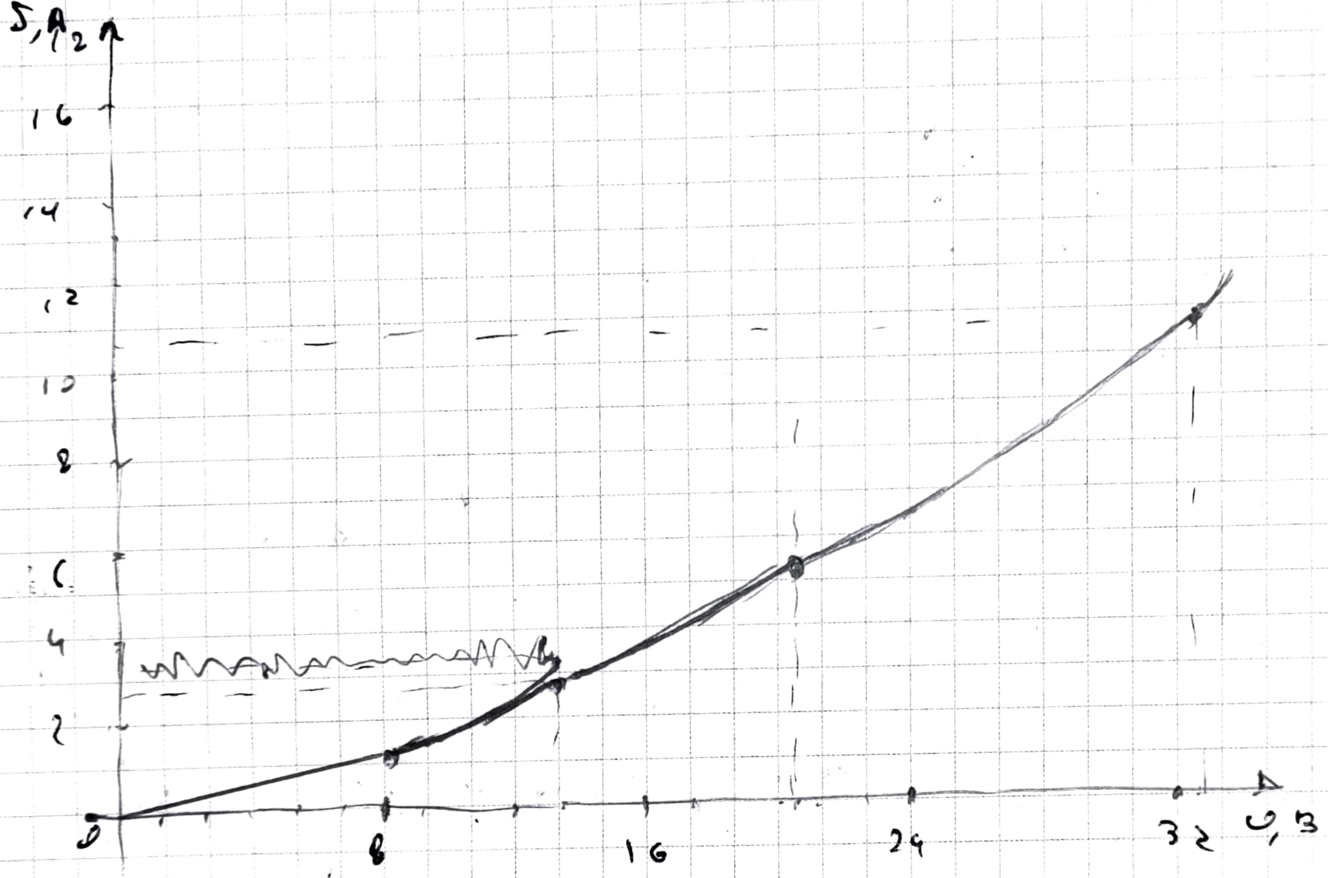
Таким образом, координаты точек перелома:

Ответ:

$$I_n = \frac{4}{3}A \cdot 2^{n-1}; \quad U_n = \frac{4В \cdot \sqrt{2}\left((\sqrt{2})^{n-1}-1\right)}{\sqrt{2}-1} + 8В$$

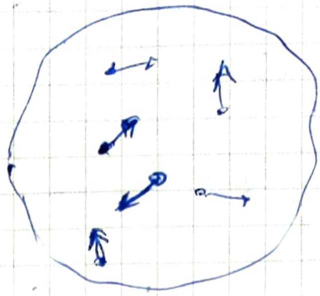
где n – номер переключения

Рисуем ВАХ



Задача 4.

Будем считать, что начальный радиус оболочки очень мал.



Для нашей системы характерно следующее:

- объекты – шарики
- ~~все~~ шарики маленькие
- шариков очень много

Примерно такие же суждения лежат в основе МКТ. Тогда мы можем воспользоваться формулой из МКТ:

$p = \frac{2}{3} n \cdot E$, где E_p – средняя энергия шариков в нужный нам момент

p – давление, оказываемое на стенки ~~сферы~~ сферы

n – концентрация шариков

$$n = \frac{N}{V}.$$

Также из условия (~~...~~ $\sigma = \frac{5 Дж}{1 см^2}$):

$$W = \sigma \cdot S.$$

Тогда пусть давление, оказываемое на ~~...~~ сферу – p

Тогда: $p \cdot S \cdot dR = dW$, где W – энергия деформации сферы.

$$p S \cdot dR = d(\sigma \cdot S)$$

$$p S \cdot dR = \sigma \cdot dS$$

$S = 4\pi R^2$ – площадь пов-сти сферы:

$$p \cdot 4\pi R^2 \cdot \cancel{dR} = \sigma \cdot 8\pi R \cdot \cancel{dR}$$

$$\underline{p \cdot R = 2\sigma}.$$

Из закона сохранения энергии:

$$\Delta E = \sigma \cdot S + \Delta E_1 \to \Delta E_1 = \Delta E - \sigma S$$

Возвращаемся к ур-ию из МКТ:

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}E_1$$

$$pV = \frac{2}{3}NE_1$$

$$p \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}NE_1$$

$$2\sigma \cdot \frac{4}{3}\pi R^2 = \frac{2}{3}NE_1 \quad \Big| : \frac{2}{3}$$

$$4\sigma\pi R^2 = NE_1 = NE - \sigma \cdot 4\pi R^2$$

$$8\sigma\pi R^2 = NE$$

$$R^2 = \frac{NE}{8\sigma\pi} \rightarrow R = \sqrt{\frac{NE}{8\sigma\pi}} = \sqrt{\frac{3{,}14 \cdot 2000\,Дж}{8 \cdot \frac{5\,Дж}{0{,}0001\,м^2} \cdot 3{,}14}} \approx \frac{\sqrt{5}}{5}\,м \approx$$

$$\approx 44{,}7\,см.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{5}\,м \approx 44{,}7\,см$