№5

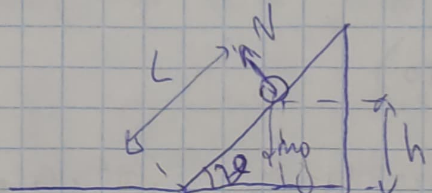
Дано:
$v = 10$ м/с
$\mu = 0,4$
$\vartheta = 45^\circ$
h − ?

Решение

Пусть сразу после удара скорость мячика u.

Тогда из закона изменения энергии: $\frac{mu^2}{2} - F_{тр} L = mgh$

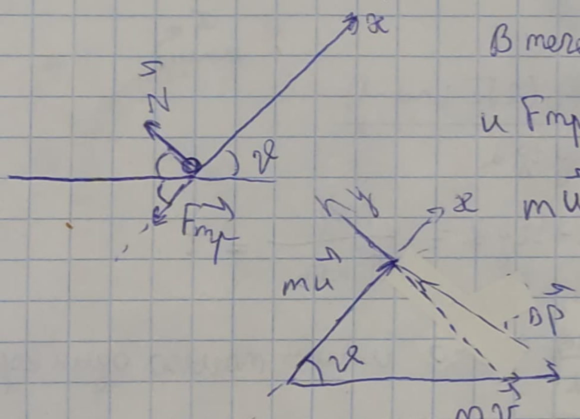
$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\vartheta$ (сила трения скольжения)



$$\frac{mu^2}{2} - \mu mg\cos\vartheta \cdot \frac{h}{\sin\vartheta} = mgh$$

$$gh = \frac{u^2}{2} - \mu gh \Rightarrow h = \frac{u^2}{2g(1+\mu)}$$

Рассмотрим момент удара:



В течение $dt \to 0$ на тело мячик действует $N >> mg$ и $F_{тр} = \mu N$. Импульс мячика меняется:

$$m\vec{u} = m\vec{v} + \underbrace{\vec{N}dt + \vec{F}_{тр}dt}_{\Delta\vec{p}}$$

$$\Delta p_y = mv\sin\vartheta = Ndt$$

$$\Delta p_x = -F_{тр}dt = -\mu N dt = -\mu m v\sin\vartheta$$

$$\Rightarrow mu = mv\cos\vartheta - \mu m v\sin\vartheta \Rightarrow u = v(\cos\vartheta - \mu\sin\vartheta) = v\frac{\sqrt{2}}{2}(1-0,4)$$

$$h = \frac{v^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,6^2}{2 \cdot 10 \cdot (1+0,4)} = \frac{9}{14} \text{ м} \approx 0,64 \text{ м}$$

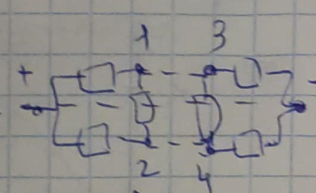
Ответ: $\frac{9}{14}$ м.

№6

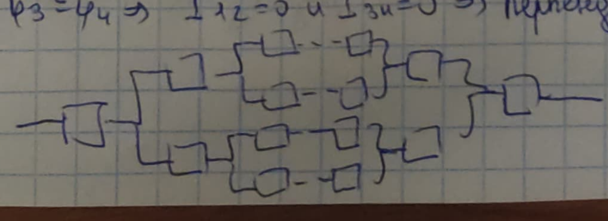
Дано:
$V_0 = 2$ В
$P = 1,5$ В
$I = \frac{V^2}{RV_0}$ при $V > V_0$
$V(I)$ − ?

Решение

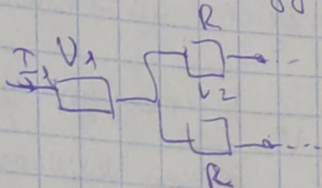
1) Рассмотрим участок следующего вида:



Он симметричен относительно оси, проходящей через + и − $\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$ и $\varphi_3 = \varphi_4 \Rightarrow I_{12} = 0$ и $I_{34} = 0 \Rightarrow$ перпендикулярные резисторы можно убрать:

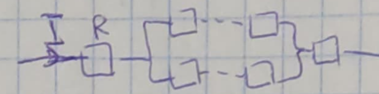


2) Заметим, что если на каком-то из резисторов было напряжение меньше V_0, то на следующих двух (идём вглубь схемы) оно тоже будет $<V_0$, т.к.



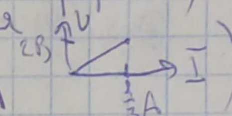
$V_1 = I_1 R$; $V_2 = I_2 R = \frac{I_1}{2} R = \frac{V_1}{2}$

$\Rightarrow$ ~~Тогда~~ если в схему вида



втекает ток I, то суммарное напряжение на ней $V_{сумм} = \cancel{I} R\left(I + \frac{I}{2} + \frac{I}{4} + \dots + \frac{I}{4} + \frac{I}{2} + I\right)$ (геом. прогрессия)

$V_{сумм} = 4IR \Rightarrow R_{экв} = \frac{V_{сумм}}{I} = 4R = 6\,\Omega$. (при $V < V_0$ · ВАХ-прямая

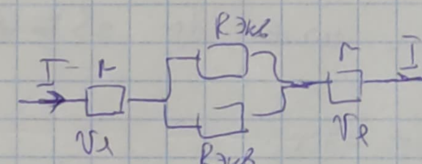


)

~~Про~~ Это будет верно, пока $V_1 = IR < V_0 \Rightarrow I < I_{кр} = \frac{V_0}{R} = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$ А

$\Rightarrow V < 4 \cdot I_{кр} R = 8$ В

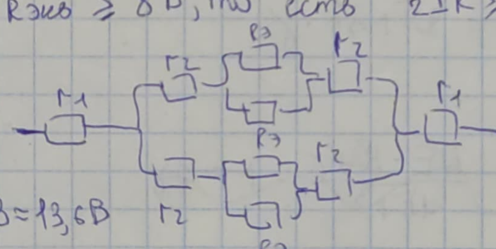
Если $V \geq 8$ В, то схему можно представить так:



$\Rightarrow V = 2V_1 + R_{экв} \cdot \frac{I}{2}$ $I = \frac{V_1^2}{RV_0} \Rightarrow V_1 = \sqrt{IRV_0}$

$\cancel{V = 2V_1 + \frac{V_1^2 \cdot 4R}{2RV_0} = 2V_1\left(1 + \frac{V_1}{V_0}\right)}$ $V = 2\sqrt{IRV_0} + 2IR$

Но когда $V_{R_{экв}} \geq 8$ В, то есть $2IR \geq 8\text{В} \Rightarrow I \geq \frac{8}{3}$ А $= 2I_{кр}$ схема будет следующего вида:



$\Downarrow$

~~При~~ $V \geq 8 + 4\sqrt{2}$ В $\approx 13{,}6$ В

Тогда $V = 2V_{r1} + 2V_{r2} + V_{Rэ} =$

$= 2\sqrt{IRV_0} + 2\sqrt{\frac{I}{2}RV_0} + \frac{I}{4}R_э =$

$= 2\sqrt{IRV_0} + 2\sqrt{\frac{I}{2}RV_0} + IR$

Когда $IR \geq 8\text{В} \Rightarrow I \geq 4I_{кр} = \frac{16}{3}$ А снова будет излом и $V = 2\sqrt{IRV_0} + 2\sqrt{\frac{I}{2}RV_0} +$

$+ 2\sqrt{\frac{I}{4}RV_0} + \frac{IR}{2}$

$\Rightarrow \cancel{V_n = 2\sqrt{RV_0}\left(\sqrt{I} + \sqrt{\frac{I}{2}} + \sqrt{\frac{I}{4}} + \dots \sqrt{\frac{I}{2}}\right)}$

$V_{u0} = 4IR$

$V_{u1} = 2\sqrt{IRV_0} + 2IR$

$V_{u2} = 2\sqrt{IRV_0}\left(2^0 + 2^{-\frac{1}{2}}\right) + IR$

$V_{u3} = 2\sqrt{IRV_0}\left(2^0 + 2^{-\frac{1}{2}} + 2^{-1}\right) + \frac{IR}{2}$

$\Rightarrow V_{un} = 2\sqrt{IRV_0}\left(2^0 + 2^{-\frac{1}{2}} + 2^{-1} + \dots + 2^{-\frac{(n-1)}{2}}\right) + 4IR \cdot 2^{-n} = 2\sqrt{IRV_0} \cdot \frac{1\left(2^{-\frac{1}{2} \cdot n} - 1\right)}{2^{-\frac{1}{2}} - 1} +$

$+ 2^{2-n} IR$

№4

$N = 3141$

$E = 80$ Дж

$\sigma = 5$ Дж

$r - ?$

Шариков много и они маленькие $\Rightarrow$ ~~Вы~~ их можно представить как газ. Тогда они действуют на стенки сферы с давлением $p = \frac{2}{3} n E'$, где $n = \frac{N}{V}$, E' – текущая средняя энергия шариков.

Рассмотрим процесс изменения радиуса: $F_\gamma \cdot dr = dE_{об}$, $E_{об}$ – энергия деформации оболочки.

Пусть $\gamma = \frac{\sigma}{1 см^2} = \frac{5 Дж}{1 см^2}$

Тогда $p \cdot S \cdot dr = dS \cdot \gamma$

При малых dr $dS = 4\pi\left((r+dr)^2 - r^2\right) \approx 4\pi \cdot 2r\,dr = 8\pi r\,dr$

$S = 4\pi r^2$

$p = \frac{2}{3}\frac{NE'}{V} = \frac{2NE'}{3\cdot\frac{4}{3}\pi r^3}$ | Энергия системы сохраняется $\Rightarrow NE = NE' + \gamma S$

$\Rightarrow \frac{2\cdot(NE - \gamma S)}{4\pi r^3} \cdot 4\pi r^2 \cdot dr = 8\pi r\,dr \cdot \gamma$

$\cancel{\frac{NE - \gamma\cdot 4\pi r^2}{4\pi r^3}\cdot 4\pi r^2\,dr = 8\pi r\,dr\,\gamma \Rightarrow \frac{NE - 4\pi r^2\gamma}{4\pi r^3}\cdot r = 2\gamma}$

$\cancel{(NE - 4\pi r^2\gamma) = 2\gamma\cdot 4\pi r^2 \Rightarrow NE = 12\pi r^2\gamma}$

$\frac{2(NE - \gamma\cdot 4\pi r^2)}{r} = 8\pi r\gamma$

$2NE = 8\pi r^2\gamma + 8\pi r^2\gamma \Rightarrow r^2 = \frac{2NE}{16\pi\gamma} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{NE}{8\pi\gamma}} = \sqrt{\frac{3141\cdot 80\ Дж}{8\cdot 3{,}141\cdot 5\ \frac{Дж}{см^2}}} = 20\sqrt{5}\ см$

$= 44{,}7\ см$