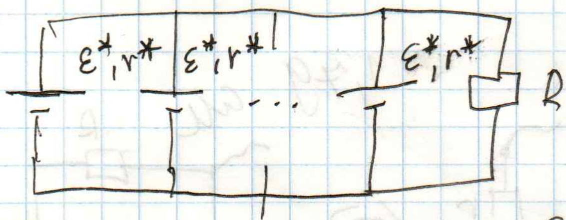
№4

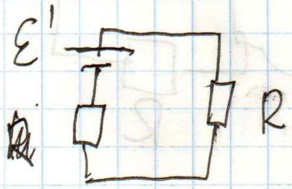
$n \cdot m = N$

Соберём каждую линию в одну эквивалентную батарейку с ε^* и r^*.

Поскольку они соединены последовательно то $\varepsilon^* = n \cdot \varepsilon$; $r^* = n \cdot r$



Эту схему в свою очередь можно преобразовать в следующую:



$\varepsilon' = \varepsilon^*$ (поскольку соединены параллельно одинаковые батарейки)

$\frac{1}{r'} = \frac{m}{r^*}$ $\qquad r' = \frac{r^*}{m} = \frac{n}{m} r$

(сопротивления соединены параллельно)

Из этого находим ток I через резистор R.

$I r' + I R = \varepsilon'$

$n \varepsilon = I\left(R + \frac{n}{m} r\right)$

$I = \frac{n\varepsilon}{R + \frac{n}{m} r} = \frac{n\varepsilon}{R + \frac{r\cancel{N} \cdot n^2}{N}}$

$\frac{n}{m} = \frac{n}{\frac{N}{n}} = \frac{n^2}{N}$

$m = \frac{N}{n}$

примем за константы ε, R, N и получим $I(n)$

Нам надо найти когда ток максимален.
Для этого промаксимизируем $I(n)$,
а поскольку мы работаем в положительных числах, проминимизируем $\frac{1}{I(n)} = f(n)$

$$f(n) = \frac{R + \frac{r n^2}{N}}{n\varepsilon} = \frac{R}{\varepsilon}\cdot\frac{1}{n} + \frac{r}{\varepsilon N}\cdot n$$

$$f'(n) = -\frac{R}{\varepsilon}\cdot\frac{1}{n^2} + \frac{r}{N\varepsilon} = 0 \text{ — найдём экстремум}$$

$$\frac{R}{\varepsilon}\cdot\frac{1}{n^2} = \frac{r}{\varepsilon N}$$

$$\frac{n^2}{R} = \frac{N}{r}$$

$$n^2 = \frac{RN}{r}$$

$$n = \sqrt{\frac{RN}{r}}$$

$$f''(n) = \frac{R}{\varepsilon}\cdot\frac{1}{n^3}$$

$$\frac{R}{\varepsilon}\cdot\left(\sqrt{\frac{r}{N R}}\right)^3 > 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ мы нашли минимум $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ I максимален при $n = \sqrt{\frac{RN}{r}}$

Проблема в том, что n целое, положительное.

$$I = \frac{\varepsilon\cdot\sqrt{\frac{RN}{r}}}{R + r\cdot N\cdot\frac{R}{rN}} = \frac{\varepsilon}{2R}\cdot\sqrt{\frac{RN}{r}} = \frac{\varepsilon\sqrt{N}}{2\sqrt{rR}}$$

$$m = \frac{N}{n} = \frac{N}{\sqrt{\frac{RN}{r}}} = \sqrt{\frac{Nr}{R}}$$

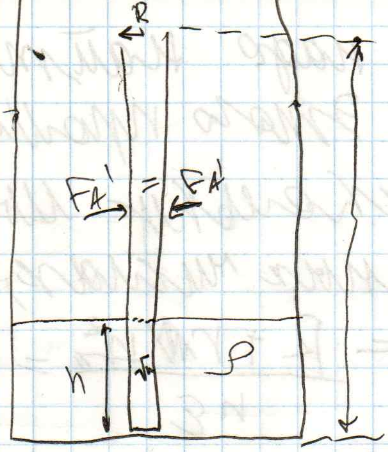
$$(nm = \sqrt{\frac{RN}{r}}\cdot\sqrt{\frac{Nr}{R}} = N)$$

Ответ: при $n = \sqrt{\frac{RN}{r}}$ и $m = \sqrt{\frac{rN}{R}}$

№ 5

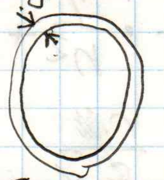
Найдём массу пробирки.

Поскольку $H \gg R$, пренебрежём массой донышка



$V \approx d \cdot 2\pi R \cdot H$

объём материала пробирки



$m = \cancel{\ldots} = 2\pi d R H \rho \cdot 10 =$

$= 20\pi d R H$

длина кольца $2\pi R$, толщина d

Если дно твёрдое шероховатое, то вода подтекает под пробирку и на неё действует сила давления воды на дно пробирки, то есть на пробирку действует сила Архимеда.

Если налить воду выше H (а пробирка стоит на дне), то в пробирку нальётся вода и она не всплывёт, т.к. $10\rho > \rho$, то есть она всплывёт, если всплывёт до наливания H воды.

Пусть мы налили h воды и она всплыла:

$F_A = mg$ $\quad V_n = 20\pi d R H$ $\quad F_a = V_n \rho g$

$\cancel{V_n \rho g = mg}$ $\quad h \cdot \pi \cdot R^2 = 20\pi d R H$

$hR = 20 d H$

$h \le H \Rightarrow \frac{h}{H} \le 1 \Rightarrow$ (иначе в неё нальётся вода)

$\Rightarrow \frac{20 d}{R} \le 1$ $\quad d \le \frac{R}{20}$

$d \le \frac{R}{20}$

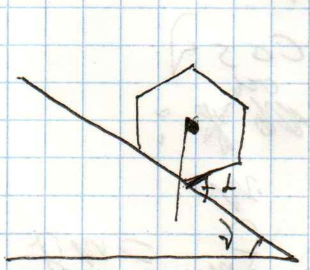
Ответ: при ~~[illegible]~~

Если дно мягкое, то под пробирку не подтекает вода, т.к. она прилипает ко дну.

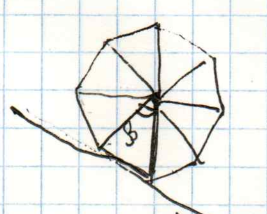
Если вода не подтекает, то и не появляется сила Архимеда, т.к. по бокам сила давления скомпенсирована (она симметрична - см. рис.), а в других местах вода не давит, то есть ~~поскольку~~ пробирка не всплывет.
Ответ: она никогда не всплывет.

№6

$$\alpha = \frac{180 \cdot n - 180(n-2)}{n} = \frac{360}{n}$$

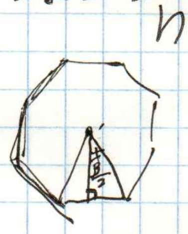


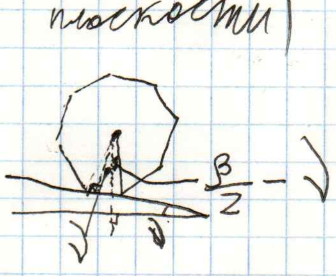
Призма не скатится, если центр масс находится над гранью, соприкасающейся с наклонной плоскостью (см. рис.)

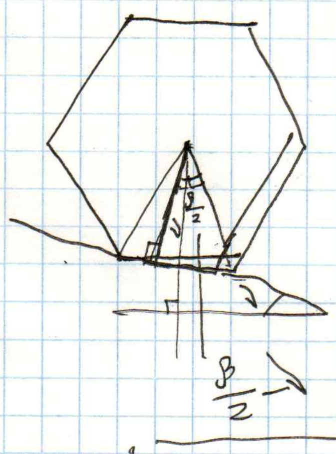


- крайний случай - прямая, соединяющая центр и вершину вертикальна (лежащую на плоскости)

$\beta = \alpha = \frac{360}{n}$





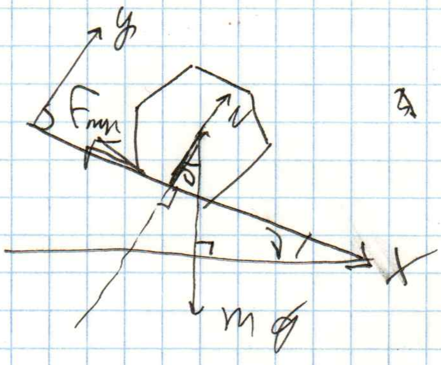


то есть он не скатится при

$\frac{\beta}{2} - \gamma \geq 0$

$\frac{\beta}{2} \geq \gamma$ $\quad \frac{180^\circ}{n} \geq \gamma \quad \Rightarrow$

Ответ: $\boxed{n \leq \frac{180^\circ}{\gamma}}$



Запишем условие равновесия:

на ось x

$N = mg\cos\alpha$

на ось y:

$F_{тр} = mg\sin\alpha$

$\frac{F_{тр}}{N} = tg\,\alpha$

$F_{тр} \leq N\mu \Rightarrow \mu \leq tg\,\alpha$

Ответ: при $\mu \leq tg\,\alpha$.