№1.

$x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 3 = 0$

$(x^4 - 2x^3 + x^2) + 2x^2 - 2x + 3 = 0$

$(x^2 - x)^2 + 2(x^2 - x) + 3 = 0$

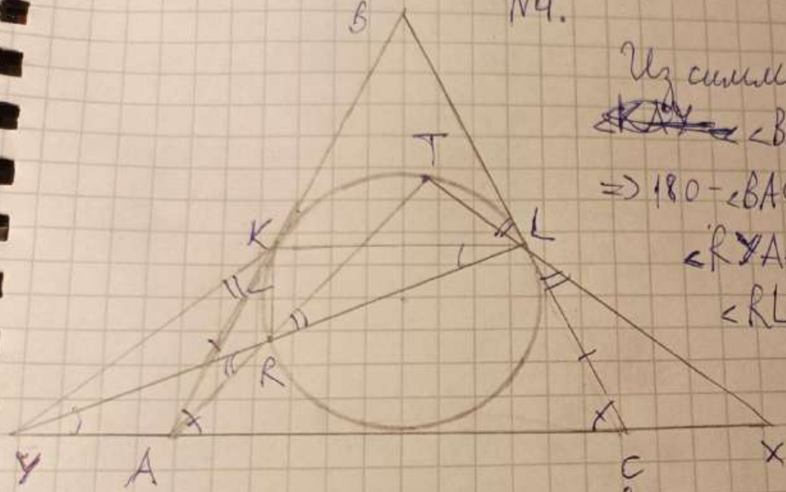
$t = x^2 - x$

$t^2 + 2t + 3 = 0$

$D = 4 - 3 \cdot 4 < 0 \Rightarrow$ корней нет

$\Rightarrow x^2 - x$ нет $\Rightarrow$ корней для x нет

Ответ: $\varnothing$



№4.

Из симметрии $AK=CL$ и $KL \parallel AC$

~~KAY~~ $\angle BAC=\angle BCA$ (р/б) $\Rightarrow$

$\Rightarrow 180-\angle BAC=180-\angle BCA \Rightarrow \angle KAY=\angle LCX$

$\angle RYA=\angle RLK$ (накр. леж.)

$\angle RLK=\angle RKA$ (по св. угла между кас. и хордой) $\Rightarrow \angle RYA=\angle RKA$

$\Rightarrow KRAY$ – впис. (2 угла, опир. на одну дугу, равны)

$\angle XLC=\angle BLT$ (верт.); $\angle TRL=\angle BLT$ (по св. угла между кас. и хордой)

$\angle ARY=\angle TRL$ (верт.); $KRAY$ – впис. $\Rightarrow \angle AKY=\angle ARY \Rightarrow \angle AKY=\angle XLC$

$\triangle AKY=\triangle CLX$ ($\angle KAY=\angle LCX$, $\angle AKY=\angle CLX$, $AK=CL$)

$\Rightarrow AY=CX \Rightarrow$ у отр. XY и AC общая середина.

№6.

Применим к напёрсткам шахматную раскраску. Получим 501 напёрсток чёрного и 500 белого цвета.

ч б ч б ч ... ч б ч

Заметим, что одна операция над напёрстками не меняет чётность количества повёрнутых дном вверх напёрстков одного цвета (количество меняется на 2 или не меняется). Если первым ~~наперс~~ перевёрнутым напёрстком будет напёрсток белого цвета, то изначально будет 1 перевёрнутый напёрсток белого цвета, и, так как чётность не меняется, стать 500 их количество никак не может. ~~Если пронумеровать~~ Заметим, что если подряд стоят 4 не перевёрнутых напёрстка, то за 2 операции (0000), можно ~~од-нать их~~ перевернуть их всех. Если пронумеровать напёрстки от 1 до 1001, то чёрные напёрстки будут идти под нечётными номерами. Если ~~первонач~~ номер первоначального напёрстка будет иметь остаток 1 по модулю 4, то напёрстки слева и справа от первоначального можно разбить на четвёрки и перевернуть их все. Если же он будет сравним с 3 по модулю 4, то можно сделать 3 операции с пятью напёрстками с первоначальным в середине: $0\,0\,\overset{п}{0}\,0\,0$, тогда все эти напёрстки станут перевёрнутыми, а оставшиеся можно будет разбить на четвёрки и перевернуть.

Ответ: все напёрстки под нечётными номерами.

№3.

Заметим, что $143 = 11 \cdot 13$

Рассмотрим остатки 40-ых степеней цифр ≥ 5 на 11.

1	5	6	7	8	9
2	3	3	5	9	4
3	4	7	2	6	3
4	9	9	3	4	5
5	1	10	10	10	1
6	5	5	4	3	9
7	·	8	6	2	
8	·	4	9	5	
9		2	8	7	
10	·	1	1	1	
11		6	7	8	

(левый столбец – показатель степени, ~~но~~ остальные – остаток этой степени чисел от 5 до 9 на 11)

Заметим, что после повторения остатка ~~вот~~ его значение войдёт в цикл. Все циклы у нас длины 5 или 10, значит 40-ая степень всех чисел будет иметь остаток, идущий в цикле пятым или ~~и~~ десятым соответственно, то есть 1.

Сумма 30 чисел с остатком 1 по модулю 11 ~~не будет~~ будет иметь остаток, ~~в~~ сравнимый с 30, то есть 8 по модулю 11, то есть не будет на 11 делиться $\Rightarrow$ не будет делиться и на 143 $\Rightarrow$ такое невозможно.