№1.

Ответ: 0,66.

Решение:

$A = \underline{*}\,\underline{*}\,\underline{*}$ (3 различ. цифры из множ. $[1;9]$ цел. цифр, в порядке убывания)

$B = \underline{*}\,\underline{*}\,\underline{*}$ (аналогично с числом A, только из мн-ва цел. цифр $[1;8]$). $P_{(A>B)}$ - ?

Пусть N_A - кол-во всех возм. вариаций для A, а N_B для B. Тогда $N_A = C_9^3 = \frac{9!}{3!\cdot 6!} = 84$; $N_B = C_8^3 = 56$.

Тогда всего возмож. комбинаций из A и B = $= N = 84\cdot 56 = 4704$. $N_A - N_B = 28$ (чисел из A, кот. всегда больше числа B, а начин. с 9). Тогда $N_1 = 28\cdot 56 = 1568$ (вариаций пар чисел A и B, при кот. в числе A есть 9). Пусть N_2 - кол-во оставшихся вариаций чисел A и B, когда в A нет 9).

$321 > 0$ чисел из B; $421 > 1$ числа из B; $321 > 2$ чисел из B и т.д., если идти по возрастанию. Тогда, это будет арифм. прогрессия, сумма которой равна N_2. След., $N_2 = S_{56} = \frac{0+1\cdot 55}{2}\cdot 8 = 1540$.

Тогда, $P_{(A>B)} = \frac{N_1+N_2}{N} = \frac{1568+1540}{4704} \approx 0,66$.

№2.

Ответ: 2021.

Решение:

Т.к. женщины сидят только со знак. женщ, то при любом k, 1 комната будет занята всеми знак. женщ. Пусть a - это кол-во всех знак. женщин. Тогда ещё $(k-a)$ комнат будут занимать ни с кем не знак. женщины. Рассмотрим самый плохой случай, при ком. все мужья всех знак. жён тоже знакомы. Тогда они займут a комнат, а ост. мужчин нужно распределить к этим, т.к. с новыми муж. они не знакомы. Составим ур-ие.

$1+(k-a)+a \leq 2022 \Rightarrow k \leq 2021$, след $k_{max} = 2021$. Эта формула $1+k_{max} \leq n$, где n - кол-во комнат, справедлива для любого n.

№3.

Ответ: 1.

Решение:

$2^{n-1}+1 \vdots n$, n - всегда нечётное число, т.к. число $(2^{n-1}+1)$ - всегда нечёт. и не может делиться на чётное.

А с помощью малой теоремы Ферма можно понять, что n - составное число.

Пусть $2^{n-1}+1 : n = k$, где k - нечётное целое число, тогда: $2^{n-1} = kn - 1$, т.е. $\frac{2^n}{2} = kn - 1$. Следоват.,

$2^n = 2(kn-1) \Rightarrow 2 = \sqrt[n]{2kn-2}$, где $(2kn-2)$ - всегда чётное число. Т.к. n - всегда нечётно ~~чётно~~, то из числа $(2kn-2)$ нельзя извлечь корень n-ой степени.

Исключением будет явл. $n=1$: $2^0+1=2$, $2:1=2$. А корнем 1 степени будет явл. само число: $2=\sqrt[1]{4-2}$.

№7.

Ответ: 0,(9).

Решение:

При $c \geq 1$, у Запад. Мудреца будет возможность ответить неверно на n (в случае, когда $c = 1$) и более вопросов. А при $c < 1$, кол-во ложных ответов у Запад. Мудреца будет меньше общего кол-ва вопросов. Например, при $c = 0{,}9$ и $n = 10$, ложными ~~ответами~~ могут быть максимум 9 ответов, и тогда 1 ответ гарантированно истинен. Поэтому для любого $c \in (0; 0,(9)]$ можно будет подобрать такое n, при котором можно точно отгадать задуманное число. А наибольшим из

таких с будет $c = 0{,}(9)$.