

№ 6

Пусть нам дано слово $\underbrace{\# \# \# \dots \#}_{100}$ и $\underbrace{\% \% \dots \%}_{100}$.
 Тогда возможно, что след. слово: $\underbrace{\# \# \#}_{3} \underbrace{\% \% \dots \%}_{97}$,
 $\underbrace{\% \% \%}_{3} \underbrace{\# \# \#}_{3} \underbrace{\% \dots \%}_{94}$ и т.д., т.е., таких слов 97,
 3 решетки и 97 знаков процентов около $\left[\frac{100}{3} \right]$, где
 Тогда для 6 решеток и 94 знаков процентов
 вариантов $\left[\frac{97}{3} \right]$. Итого суммиру:

$$\left[\frac{100}{3} \right] + \left[\frac{97}{3} \right] + \left[\frac{94}{3} \right] + \dots + \left[\frac{4}{3} \right] = 33 + 32 + \dots + 1 = 561$$

Так, как у нас вместо решеток могут быть
 процента, то таких вариантов $2 \cdot 561 = 1122$. Значит
 эти слова из 100 решеток и 100 процентов, может
 $1122 + 2 = 1124$. Как мы видим, $1124 < 10^{30}$



№ 7

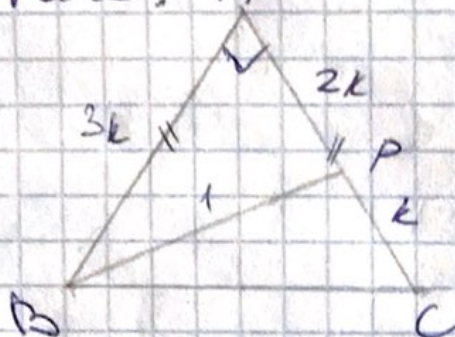
Запомним, что выражение $3^n - 1$ всегда делится нацело на 2 (так, как из нечетного отнимается четное).

В то время, как $2^m - 1$ не делится на 2 , ^{ни на что} $2^m - 1$ не делится на 2 . Поэтому, при n и m , больших единицы, данные выражения нацело не делятся.

Ответ: ни при каких n и m

→ 3

Рано:



$\triangle ABC$ - равнобед., $AP = 2CP$,
 $BP = 1$,

Найти: S_{\max} ?

Решение:

~~Чтобы найти~~ Запишем неопределенно:

$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A$, Чтобы площадь была максимальной, достаточно, чтобы угол A равнялся 90° . Тогда $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC$.

Найдем стороны AB и AC . Так как $A = 90^\circ$, то через него проведем прямоугольный \triangle , а затем по теореме Пифагора $(3k)^2 + (2k)^2 = 1$

$$\rightarrow 9k^2 + 4k^2 = 1 \rightarrow 13k^2 = 1 \rightarrow k^2 = \frac{1}{13} \rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

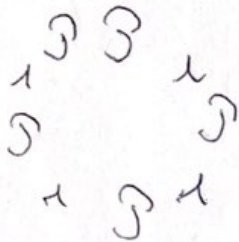
$$\rightarrow k = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

$$\text{Значит, } S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{13}}{13} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{13}}{13} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{13}{13^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{13} = \frac{9}{26}$$

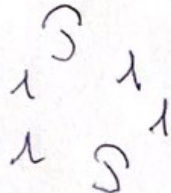
Ответ: максимальная возможная площадь равна $\frac{9}{26}$.

21

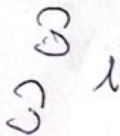
Достаточно нарисовать круг из 8 человек, где 3-роцаря
1-женщина и рассмотреть тактику:



Сначала после нескольких ходов роцаря женские убиты
подобным образом:



Затем женские убиты инициативой так:



По сути, остается 2 роцаря и 1 женщина. Женские
должны убиты ~~роцаря~~ роцаря, а потом инициативой. В
конце останется 1 роцарь. Так, так никто не может
но он становится "жен".

Обратите внимание, что роцаря и инициатива должны
быть расставлены именно таким образом, роцарей или
женщин всегда на 1 больше. Если женщин больше, то
первым ходом уходят женщины.

Ответ: 1 человек

